

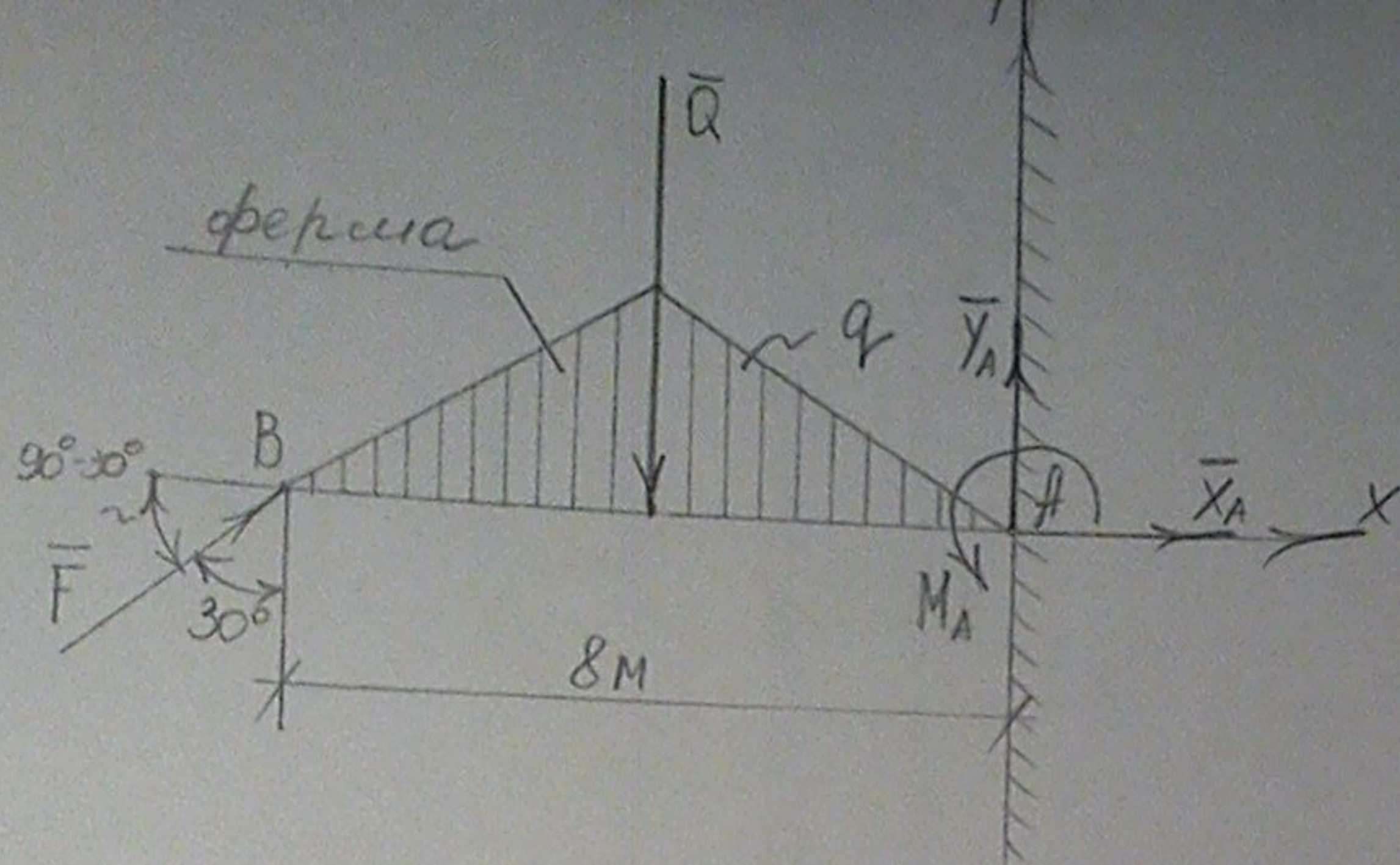
Расчетно-графическая работа
по теоретической механике
на тему: "Расчет усилий
в стержнях пикиной фермы"

Вариант № 32.

Выполнила: студентка 6 группы
экстерната ПГС-ф (2 набор)
Пашкина А.А.

Проверил: доцент
Ковригина В.В.

г. Москва, 2012.



Дано: $q = 2 \text{ кН/м}$
 $F = 5 \text{ кН}$
 $AB = 8 \text{ м}$
 $Q = \frac{1}{2} q \cdot AB$

$\bar{X}_A = ?$, $\bar{Y}_A = ?$, $M_A = ?$

Решение

1. Объект равновесия - ферма
2. Силевое схематическое изображение объекта:
 - а) активные силы: \bar{Q} , \bar{F}
 - б) силы реакции: \bar{X}_A , \bar{Y}_A
3. Аналитические условия равновесия:

$$\begin{aligned} 1) \sum_k F_{kx} &= 0 & 1) X_A + F \cdot \cos 60^\circ &= 0 \\ 2) \sum_k F_{ky} &= 0 & 2) Y_A - Q + F \cdot \cos 30^\circ &= 0 \\ 3) \sum_k m_A(\bar{F}_k) &= 0 & 3) M_A + Q \cdot \frac{1}{2} AB - F \cdot AB \cdot \cos 30^\circ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0,5 \\ \cos 30^\circ = 0,8660 \end{cases}$$

из ур-е (1) найдем X_A : $X_A = -F \cdot \cos 60^\circ = -5 \text{ кН} \cdot 0,5 = -2,5 \text{ кН}$

из ур-е (2) найдем Y_A : $Y_A = Q - F \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2} q \cdot AB - F \cdot \cos 30^\circ$
 $Y_A = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ кН/м} \cdot 8 \text{ м} - 5 \text{ кН} \cdot 0,8660$

$$Y_A = 8 \text{ кН} - 4,33 \text{ кН} = 3,67 \text{ кН}$$

из ур-е (3) найдем M_A : $M_A = F \cdot AB \cdot \cos 30^\circ - Q \cdot \frac{1}{2} AB$

$$M_A = 5 \text{ кН} \cdot 8 \text{ м} \cdot 0,8660 - 8 \text{ кН} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ м}$$

$$M_A = 2,64 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Ответ: $X_A = -2,5 \text{ кН}$, $Y_A = 3,67 \text{ кН}$, $M_A = 2,64 \text{ кН} \cdot \text{м}$

Условие задачи:

схема	альфа (α)	Л. П. Д.		Д. Н. С.	Q (кН)		
		узел	детта (β)		узел	модуль	направление
8	45	C	D	—	D	30	30

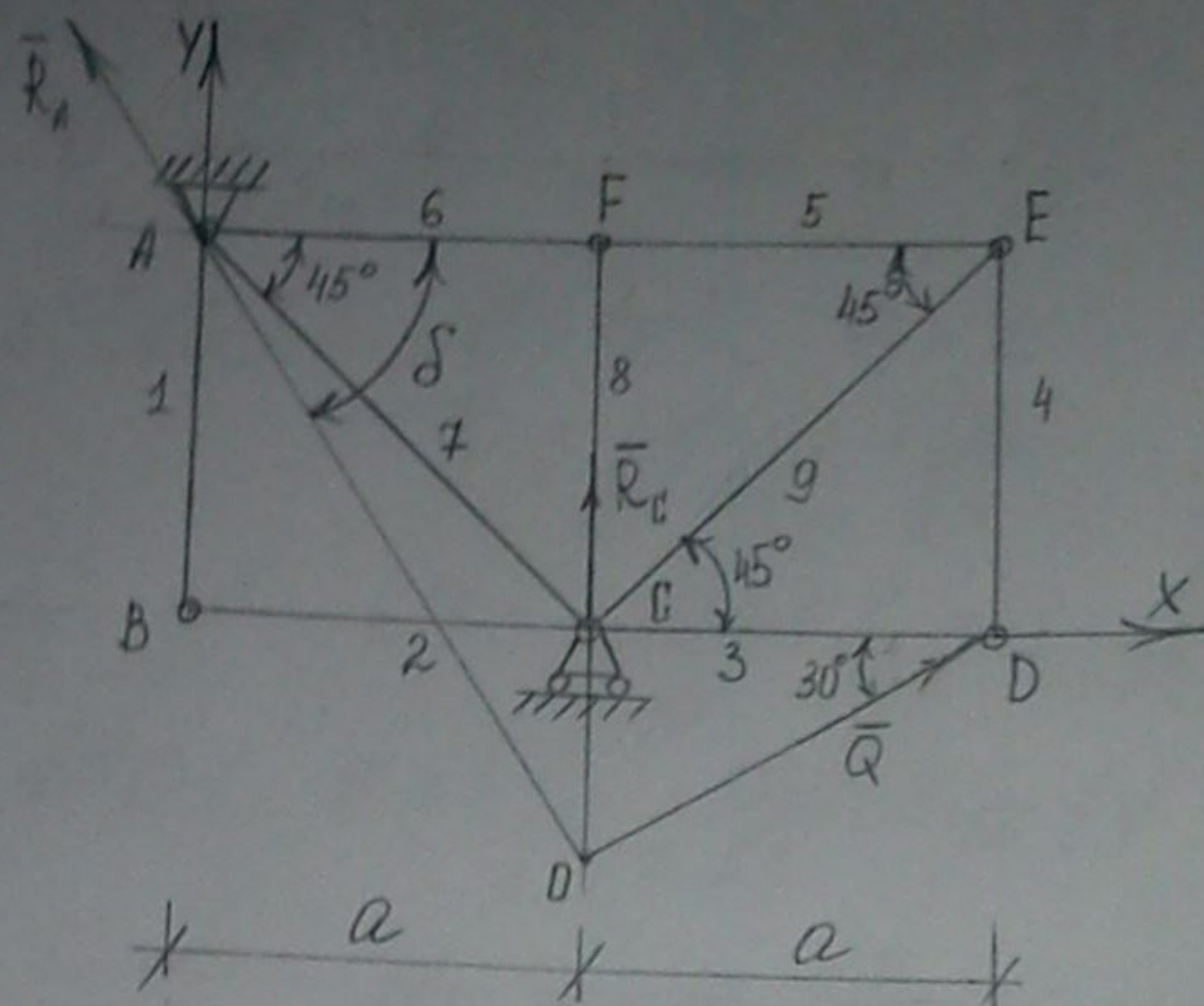


рис. 1

Дано: ферма - рис. 1
 $\alpha = 45^\circ$
 опоры: C - Л. П. Д., A - Ш. Н. Д.
 $\beta = 0^\circ$, сила Q
 узел D, Q = 30 кН
 $\gamma = 30^\circ$
 R_A - ?, R_C - ?
 усилие в стержнях?

Решение

Приступаем к расчету фермы, определим, выполняется ли условие жесткости:

$S = 2n - 3$, где S - число стержней в ферме
 $S = 2 \cdot 6 - 3 = 9$ n - количество узлов в ферме
 ферма статически определима.

Аналитический вариант решения задачи:

I. Объект равновесия - ферма

II. Силовая схема свободного объекта:

а) активные силы: Q и S($\bar{Q}, \bar{R}_A, \bar{R}_C$) - тесная сис-
 б) силы реакции: \bar{R}_A, \bar{R}_C тесная 3^х сходящихся сил

III. Используем геометрическое условие равновесия 3^х сил, находим, что т. О - точка схода сил \bar{Q} и сил реакции \bar{R}_A и \bar{R}_C .

$$(\bar{Q}, \bar{R}_A, \bar{R}_C) \equiv 0$$

Определим расположение осей \tilde{x} и \tilde{y} , и составим для уравнения равновесия:

$$1) \sum_i F_{Kx} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1) Q \cdot \cos 30^\circ - R_A \cdot \cos \delta = 0 \end{array} \right.$$

$$2) \sum_i F_{Ky} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2) R_A \cdot \sin \delta + R_C + Q \cdot \cos 60^\circ = 0, \text{ где} \\ \cos \delta = \frac{AF}{AD}, \sin \delta = \frac{FD}{AD} \end{array} \right.$$

$$\triangle DCO: \angle C = 90^\circ, \angle D = 30^\circ, CD = a, \Rightarrow$$

$$OD = \frac{a}{\cos 30^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$CD = a \cdot \tan 30^\circ = a \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\triangle AFD: FD = a + \frac{a}{\sqrt{3}} = a \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right), AF = a \Rightarrow$$

по теореме Пифагора:

$$AD = \sqrt{a^2 + a^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = a \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2a + \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3} + a}{\sqrt{3}}$$

Подставим полученные значения:

$$\cos \delta = \frac{a + a \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{a} = \frac{a \cdot \left(1 + 1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)}{a} = 1 + \left(1 + \frac{1}{1,73}\right) = 2,58$$

Из формулы (1) находим, что $R_A = \frac{Q \cdot \cos 30^\circ}{\cos \delta}$

$$R_A = \frac{30 \text{ кН} \cdot 0,865}{2,58} = 10,06 \text{ кН}$$

Из формулы (2) находим, что

$$R_C = -R_A \cdot \sin \delta - Q \cdot \cos 60^\circ, \text{ где } \left\{ \begin{array}{l} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,865 \\ \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0,5 \end{array} \right.$$

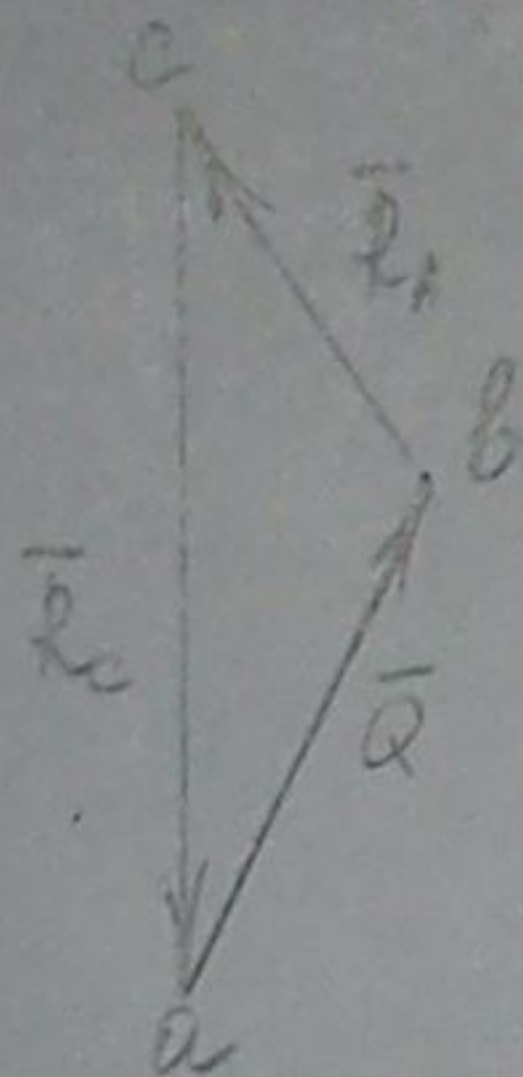
$$\sin \delta = \frac{a \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{a + a \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{a \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{a \cdot \left(1 + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)} = 0,61$$

$$R_C = -10,06 \cdot 0,61 - 30 \cdot 0,5 = -21,14 \text{ кН}$$

Делаем вывод, что сила реакции R_C направлена в противоположную сторону.

Убедимся, что выбранные направления правильные.
Используем геометрические условия равновесия.

Выберем масштаб: $\overline{10 \text{ кН}}$



П.к. $\triangle ACB \sim \triangle acb$, то:

$$\frac{Q}{OD} = \frac{R_A}{OA} = \frac{R_C}{CF}$$

$$\frac{Q}{OD} = \frac{R_A}{OA} \Rightarrow R_A = \frac{Q \cdot OA}{OD}$$

$$R_A = \frac{30 \text{ кН} \cdot (2a\sqrt{3} + a) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2a} = \frac{15 \text{ кН} \cdot a(2\sqrt{3} + 1)}{a} =$$

$$= 15 \text{ кН} \cdot (2 \cdot 1.73 + 1) = 66.9 \text{ кН}$$

$$\frac{Q}{OD} = \frac{R_C}{CF} \Rightarrow R_C = \frac{Q \cdot CF}{OD}, \quad R_C = \frac{30 \text{ кН} \cdot a \cdot \sqrt{3}}{2a}$$

$$= 25.95 \text{ кН}$$

Задача 4.20

$$X_A = 260 \text{ кН}$$

$$Y_A = 770 \text{ кН}$$

$$T = 520 \text{ кН}$$

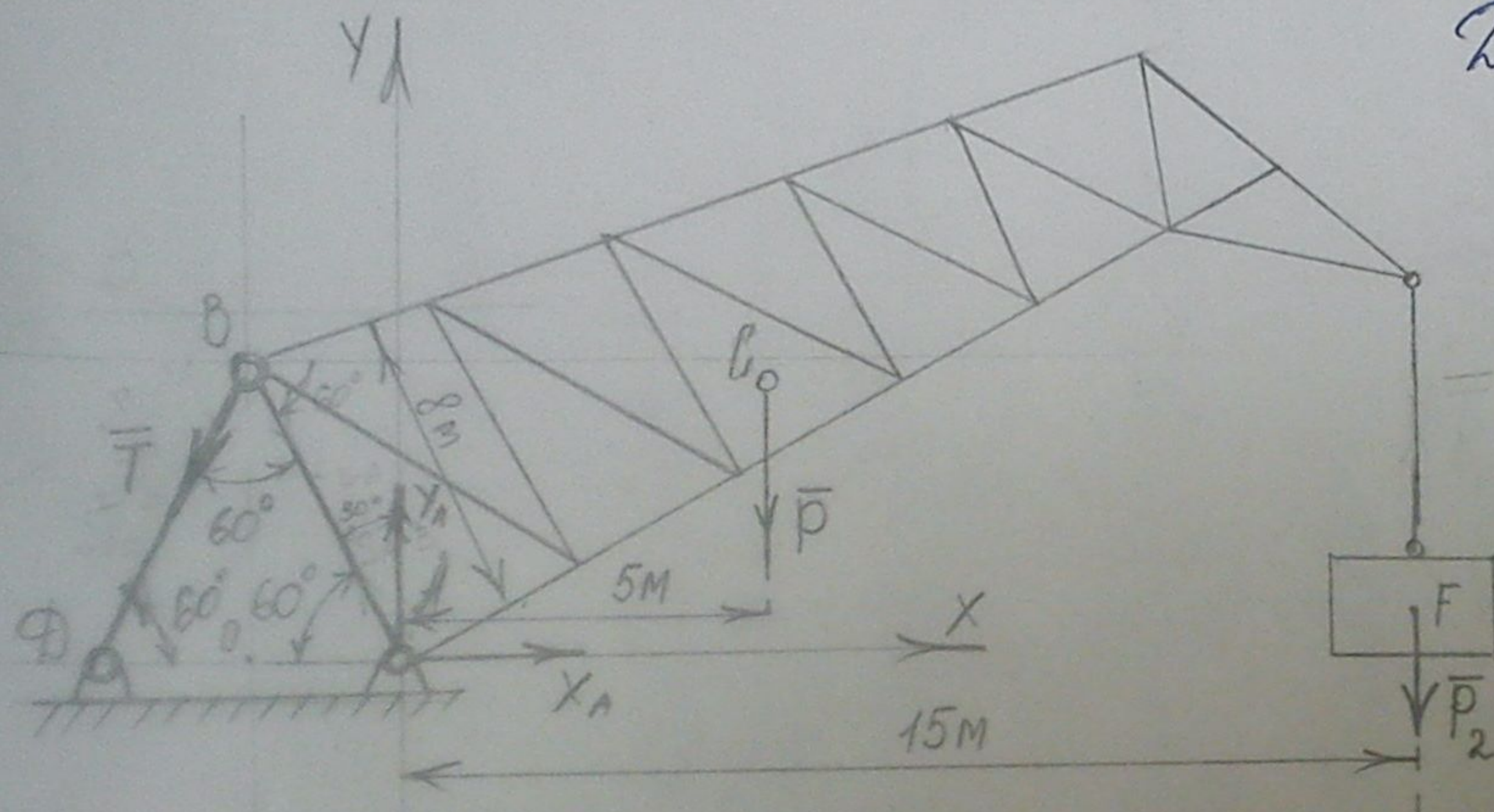
Дано: ферма

$$AB = AD = BD = 8 \text{ м}$$

$$P = 120 \text{ кН}$$

$$P_2 = 200 \text{ кН}$$

$$X_A = ?, Y_A = ?, T = ?$$



Условие задачи: Кран имеет шарниры в т. А, В и D, притом $AB = AD = BD = 8 \text{ м}$. Центр тяжести фермы крана находится на расстоянии 5м от вертикали, проходящей через т. А. Высота крана, считая от т. А, при этом, равен 15м. Подвешенный груз весит 200 кН; вес фермы $P = 120 \text{ кН}$. Определить опорные реакции и натяжение стержня BD для указанного положения крана.

① Объект равновесия - кран

② Силы в системе свободного объекта

а) активные силы: $\bar{P}, \bar{P}_2, \bar{T}$ — пространственная
б) силы реакции: \bar{X}_A, \bar{Y}_A — система сходящихся сил

③ Аналитические условия равновесия:

$$1) \sum_i^n F_{kx} = 0$$

$$2) \sum_i^n F_{ky} = 0$$

$$3) \sum_i^n m_A(\bar{F}_k) = 0$$

$$1) X_A + T \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$2) Y_A - T \cdot \cos 30^\circ - P - P_2 = 0$$

$$3) -P \cdot 5\text{ м} - P_2 \cdot 15\text{ м} + T \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ = 0$$

из ур-я (3) найдем: $T = \frac{P \cdot 5\text{ м} + P_2 \cdot 15\text{ м}}{8 \cdot \cos 30^\circ}$

$$T = \frac{120 \cdot 5\text{ м} + 200 \cdot 15\text{ м}}{8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$T = \frac{3600\text{ кН}}{6,92}$$

$$T = 520,23 \approx 520\text{ кН}$$

из ур-я (1) найдем: $X_A = -T \cdot \cos 60^\circ$

$$X_A = -520 \cdot \frac{1}{2} = -260\text{ кН}$$

замечание: всегда, что реакция связи X_A направлена в противоп. стор.

из ур-я (2) найдем: $Y_A = T \cdot \cos 30^\circ + P + P_2$

$$Y_A = 520 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 120 + 200 = 769,8\text{ кН} \approx 770\text{ кН}$$